

PROYECTO ERATOSTHENES

Año Internacional de la Astronomía – 2009

Nodo Argentino

Antecedentes

Un siglo antes del nacimiento de Eratosthenes, el matemático griego Pitágoras había reconocido que la Tierra no era plana, sino que su forma era esférica. Los astrónomos griegos realizaron importantes observaciones para apoyar esta teoría. Entre estas observaciones podemos mencionar las siguientes.

- Durante un eclipse lunar la forma de la sombra de la Tierra, la que es claramente visible sobre la superficie de la Luna, era redonda.
- Cuando los navíos se hacen a la mar desaparecen gradualmente en el horizonte, sus cascos desaparecen primero, seguidos de sus mástiles.
- Las estrellas visibles en el cielo nocturno no presentan la misma posición cuando se las observa desde localidades muy alejadas en la dirección norte-sur.

Con la idea firmemente establecida de que la Tierra era esférica en lugar de plana era solo cuestión de tiempo el que alguien se preguntara lo inevitable: ***Cuán grande es la Tierra? Nadie había sido capaz antes de medir el tamaño de la Tierra debido a que si se estaba dispuesto a tratar y caminar todo el trayecto alrededor de la Tierra uno debería eventualmente llegar a algún océano infranqueable.*** La respuesta a esta pregunta permanecería como un misterio por largo tiempo, esto es, hasta que Eratosthenes llegó. Fue Eratosthenes quien dedujo una extremadamente hábil, bastante simple, manera de medir el tamaño de la Tierra sin necesidad de iniciar un viaje alrededor del mundo.

Eratosthenes leyó un libro en la gran Biblioteca de Alejandría acerca de un profundo pozo cerca de Siena, una ciudad en el sur de Egipto, en el cual la reflexión del Sol podía ser observada en el agua directamente en la boca del pozo cada día exactamente al mediodía en el solsticio de verano, para el hemisferio norte (aproximadamente el 21 de junio). El razonó que en ese momento, el Sol debía estar en el cenit con sus rayos iluminando directamente el fondo del pozo sin producir sombras en las paredes.

La ciudad de Siena es conocida en la actualidad como Asuán.



Asuán, Egipto, Febrero de 1998, *National Geographic*

Eratosthenes vivía en Alejandría, una ciudad en el norte de Egipto, y él sabía que en el mismo momento en que el Sol iluminaba directamente el fondo del pozo en Siena, se producía una pequeña sombra si uno colocaba un objeto vertical en Alejandría. Esto significaba que el Sol no se encontraba directamente sobre la cabeza en Alejandría, aún cuando lo estuviera en Siena. Esto fue entonces otra observación que sostenía la teoría de que la Tierra era redonda, y no plana. Pero, lo más importante, fue también la base para realizar un pequeño experimento científico que podía responder a la importante pregunta. ***Cuán grande es la Tierra?***

Eratosthenes pudo determinar la circunferencia de la Tierra midiendo la longitud de la sombra producida por un objeto vertical, en Alejandría, precisamente en el mediodía del solsticio de verano. Sin embargo, él necesitó hacer dos importantes suposiciones en el proceso. La primera suposición fue considerar que la Tierra era en efecto esférica y la segunda consideración fue pensar que los rayos del Sol eran esencialmente paralelos entre sí cuando alcanzaban la Tierra. Había alguna

evidencia fuerte para aceptar la primera hipótesis. Pero la segunda solo sería verdadera si el Sol estaba lo suficientemente distante. Afortunadamente para Eratosthenes, el Sol está muy distante y por lo tanto su segunda hipótesis fue válida.

En Alejandría, él preparó un poste vertical, que se conoce con el nombre de "gnomon", y midió la longitud de su sombra, precisamente al mediodía de la fecha correspondiente al solsticio de verano. Entonces, calculó la "altitud" del Sol visto en Alejandría. La "altura" es una medida angular tomada desde el horizonte. La altura del Sol en Alejandría resultó ser de 82.8 grados. La altura del Sol en Siena se sabía que era de 90 grados, puesto que estaba directamente sobre la cabeza en ese momento e iluminaba directamente el fondo de un profundo pozo.

Eratosthenes sabía de la geometría que la diferencia entre estos dos ángulos (7.2 grados) sería igual al ángulo entre Siena y Alejandría, medido desde el centro de la Tierra. (figura 1)

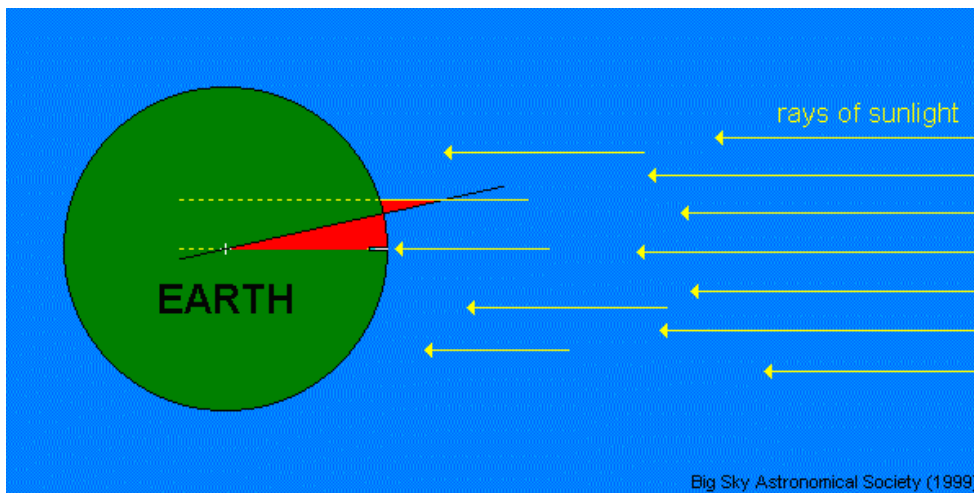


figura 1

El arco subtendido por este ángulo representa sólo una sección de la circunferencia completa de la Tierra. Eratosthenes entonces determinó cuantas secciones Alejandría-a-Siena son necesarias para obtener dicha circunferencia. Puesto que él sabía que cada círculo está constituido por 360 grados, simplemente dividió este número por la distancia angular entre Alejandría y Siena. Obtuvo que exactamente 50 secciones Alejandría-a-Siena serían equivalentes a la circunferencia de la Tierra.

$$360 \text{ grados} \div 7.2 \text{ grados} = 50$$

El paso siguiente para la determinación de la circunferencia de la Tierra fue el determinar la distancia real entre Alejandría y Siena. Eratosthenes necesitó una ayudita para medir la distancia entre estas dos ciudades, entonces consiguió la ayuda de un behamista. Un behamista era una especie de agrimensor que había sido entrenado especialmente para caminar con pasos iguales. Esto lo llevó a que la distancia entre las dos ciudades era de aproximadamente 5000 estadios. (Un estadio era una unidad de distancia igual al tamaño de un estadio de atletismo, alrededor de 160 metros.)

Eratosthenes ahora tenía todas las medidas que necesitaba para calcular la circunferencia de la Tierra. El paso final fue multiplicar la distancia de Alejandría a Siena (5000 estadios) por el número de secciones Alejandría-a-Siena que eran equivalentes a la circunferencia de la Tierra, es decir 50. El resultado fue 250.000 estadios, o alrededor de 40.000 kilómetros, lo que fue sorprendentemente próximo a la distancia real medida en los tiempos modernos. Esto es increíblemente aproximado considerando el método por el cual fue determinada y este experimento se transformó en uno de los mayores logros científicos.

Introducción

Eratosthenes (*figura 2*) fue un habitante de la Grecia antigua. Geógrafo, matemático, bibliotecario y astrónomo, vivió hace unos 2200 años atrás (alrededor de 275-195 a. de C.). Creció en Cyrena, ciudad Griega en el país que hoy conocemos como Libia. Tras completar la escuela en su ciudad natal, Eratosthenes partió hacia Atenas, la ciudad capital de Grecia, para completar sus estudios. En Atenas, estudió filosofía, matemáticas y ciencias.



Fig 2. Retrato de Eratosthenes

Mientras se encontraba en Atenas, Eratosthenes comenzó a compilar listas de información. El deseaba completar dichas listas pues pensaba que era una buena manera de compartir información con otra gente. Una de estas importantes listas confeccionadas por él, estaba confeccionada en base a estrellas, esto se conoce con el nombre de Catálogo Estelar.

Eratosthenes se transformó rápidamente en un hombre de gran conocimiento y un día el Rey Ptolomeo III, gobernante de Egipto, lo convocó para ser el tutor de su hijo, en Alejandría. Eratosthenes amaba vivir en Alejandría debido a que allí existía una gran biblioteca. De hecho, era la más grande biblioteca del mundo en esos tiempos.



fig. 3. Ubicación de Alejandría



fig. 4 Alejandría actual

Eratosthenes pasó mucho tiempo leyendo en la biblioteca. Uno de sus temas preferidos era Geografía, y leyó todo lo que pudo acerca de este tema. Se enteró que toda la información geográfica estaba dispersa en varios libros diferentes y decidió compilar esta información en un solo libro. Este libro se transformaría en el primer libro completo de geografía en el mundo. Eratosthenes pudo haber llamado eventualmente a este libro *Geographica*. Pero, antes de completar su libro necesitaba conocer una cosa muy importante. Cuán grande es la Tierra? La respuesta a esta pregunta era algo que él deseaba, definitivamente, incluir en su libro, debido a que consideraba al libro incompleto sin ella.

Un día, el director de la biblioteca murió y Eratosthenes fue designado como el nuevo director. Esta fue una excelente oportunidad para Eratosthenes debido a que ahora tenía aún un mejor acceso a todos los libros de la biblioteca y al conocimiento que ellos guardaban. Leyó libro tras libro, pero no podía encontrar respuesta a su pregunta. **Cuán grande es la Tierra?** Aparentemente, nadie había

medido nunca antes el tamaño de la Tierra, entonces Eratosthenes supo lo que tenía que hacer: medir el tamaño de nuestro planeta!

Nota: Para saber más acerca de Eratosthenes, puede gustarle leer el siguiente libro (solo en inglés) *The Librarian who Measured the Earth*, por Kathryn Lasky, ilustrado por Kevin Hawkes Little, Brown and Company (1994) (ISBN 0-316-51526-4)

El Experimento

Paso 1 - Determine su Latitud y Longitud

Este experimento científico implica la medición de la longitud de una sombra a mediodía en su lugar sobre la Tierra y también en otro lugar. Estas dos ubicaciones deben estar muy separadas una de la otra en la dirección norte-sur. Sería beneficioso si ambas posiciones sobre la Tierra estuvieran sobre el mismo meridiano, o al menos, cercanas a un meridiano común. Es decir, su lugar de trabajo debe estar o bien al norte, o bien al sur del otro lugar de observación.

Use un atlas o un receptor manual GPS para determinar su latitud y longitud tan exactamente como le sea posible. Trate de obtener valores de una aproximación mejor que ± 0.25 grados. Estas medidas pueden ser hechas en grados decimales (GG.GG) o en grados, minutos y segundos (GG:MM:SS).

Ejemplo 1

Ciudad de Mendoza, (Mendoza)

latitud: 32° 03' 00" Sur
Longitud: 68° 05' 00" Oeste

Ejemplo 2

Santiago, Chile

latitud: 33° 26' 54" Sur
Longitud: 112° 04' 24" Oeste

Una vez que la latitud y longitud de su ubicación hayan sido determinadas, tome nota de los resultados. Necesitará utilizar estos datos luego!

Paso 2 - Seleccione la Escuela asociada

Unas pocas semanas antes del día del experimento encuentre una escuela asociada para trabajar en el mismo (puede ver la página que saldrá publicada en breve). Todas las escuelas que participen de este experimento serán incorporadas en esta página. Dos semanas antes de la fecha del experimento, contacte a la escuela asociada. Recuerde que la misma debe estar sobre el mismo meridiano que el de su escuela, pero deben existir al menos, 400 kilómetros de distancia entre ambas.

Es posible tener más de un socio si así lo desea. Por favor, no rechace a ningún participante que desee realizar el experimento con Ud., salvo que se encuentre a pocos kilómetros de distancia. En ese caso, puede sugerirle que busque a un socio más distante para que el experimento resulte exitoso.

Paso 3 – Preparación de instrumental & Medición de la longitud de la sombra.

Cada grupo requerirá un metro, que será usado como un "gnomon". Ubique el metro de tal manera que quede perpendicular al suelo. Para que las medidas sean las correctas, **es crítico que el metro permanezca vertical todo el tiempo!**

Ubique una hoja grande de papel debajo del gnomon que pueda ser utilizada para marcar en donde termina la sombra. Utilice otro metro o regla para medir la longitud de la sombra producida por el gnomon. Comience tomando medidas cada dos minutos, comenzando por lo menos diez minutos antes del mediodía.

Note que el mediodía NO ocurre necesariamente exactamente a las 12:00 en punto! La naturaleza no circular de la órbita de la Tierra alrededor del Sol y la introducción de las Zonas de Tiempo Patrón y los Husos Horarios provocan que el mediodía ocurra en algún momento entre las 11:30 y las 13:30 , dependiendo esto de dónde Ud. viva y de la época del año.

El mediodía se define como el momento en el cual el Sol cruza el meridiano del observador – una línea imaginaria que va desde el punto cardinal sur sobre el horizonte, pasa por el cenit del observador (el punto sobre su cabeza) y sigue

hasta el punto cardinal norte sobre el horizonte. Cuando el Sol está en el meridiano alcanza el punto más alto en el cielo y por lo tanto, una sombra producida en ese momento será la más corta de ese día. Este hecho permitirá a sus estudiantes determinar fácilmente cuándo se produce el mediodía. Simplemente mida la longitud de una sombra cada pocos minutos y anote cuando la sombra pasa por el mínimo valor. Cuando esto ocurra, será el mediodía.

Como en una clase, determine el "mejor" valor para la longitud de la sombra. Cada grupo podría reportar sus resultados al maestro y después de una discusión la clase podría llegar a un consenso para determinar cuál de los valores experimentales será remitido como el obtenido por toda la clase.

Algunos grupos pueden tener valores que sean levemente diferentes unos de otros, mientras que otros grupos pueden haber obtenido valores muy distintos. Es importante determinar cuales grupos pueden tener serios errores experimentales y entonces corregir el mismo. Los grupos que tengan errores experimentales grandes deben ser alentados para tratar de repetir el experimento al día siguiente.

Para determinar el "mejor" valor debe descartar los valores experimentales que se aparten de manera significativa de la norma y, entonces, promediar los valores restantes. Si Ud. es la maestra y desearía conocer de antemano que valor debe esperar para su locación, solo envíe un mensaje a [y](#) asegúrese de incluir los valores de su latitud y longitud.

Paso 4 - Cálculo del ángulo del Sol

Hay dos maneras diferentes por las cuales el ángulo del Sol puede ser calculado. Un método implica confeccionar un diagrama en escala de un triángulo y utilizar un transportador para medir los ángulos. El otro método implica la utilización de trigonometría. Si sus estudiantes saben trigonometría entonces utilice el segundo método, si no, use el primero.

Método 1 (sugerido para estudiantes de EGB)

El gnomon, su sombra y los rayos de luz de sol forman un triángulo con uno de sus ángulos recto. Confeccionando un diagrama en escala de este triángulo el ángulo del Sol puede ser fácilmente medido utilizando un transportador. Construya un diagrama en escala 1/10 del triángulo en una hoja de papel y determine el ángulo del Sol. (*figura 5*)

La "altura" del Sol es el ángulo medido desde el horizonte hacia arriba hasta el Sol. Cuando Eratosthenes hizo este experimento el calculo que la altura del era de 82.8 grados. Su respuesta será, probablemente, diferente.

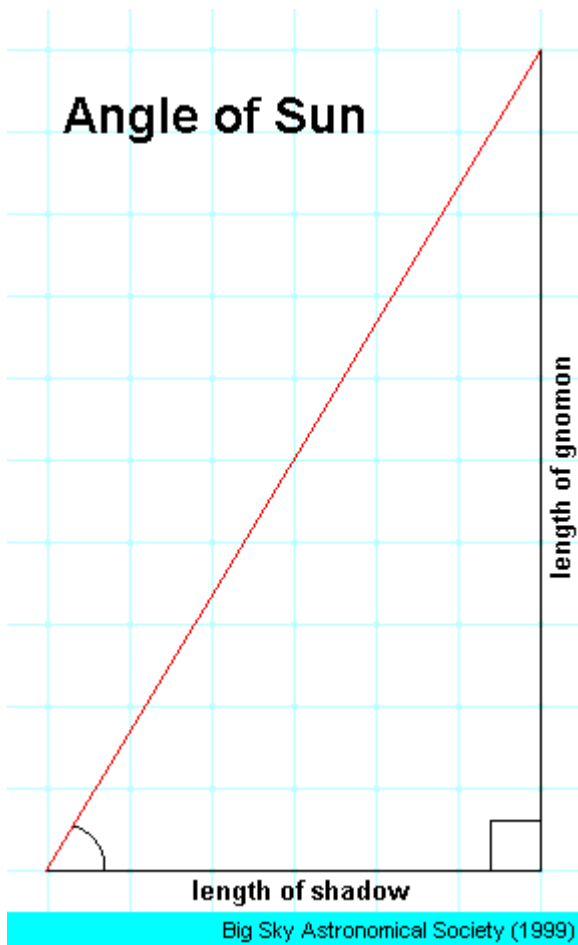


figura 5

Método 2 (sugerido para estudiantes de Polimodal)

El gnomon, su sombra y los rayos de luz solar forman un triángulo rectángulo. Tomando este triángulo sus estudiantes notarán que la longitud del metro dividida por la longitud de la sombra es igual a la tangente del ángulo que representa la "altura". (figura 6)

La "altura" del Sol es el ángulo medido desde el horizonte hacia arriba hasta el Sol. Cuando Eratosthenes hizo el experimento calculó que la altura del Sol era de 82.8 grados. Su respuesta será, probablemente, diferente.

Para su conveniencia, una tabla trigonométrica puede ser facilitada por Ud. a sus estudiantes.

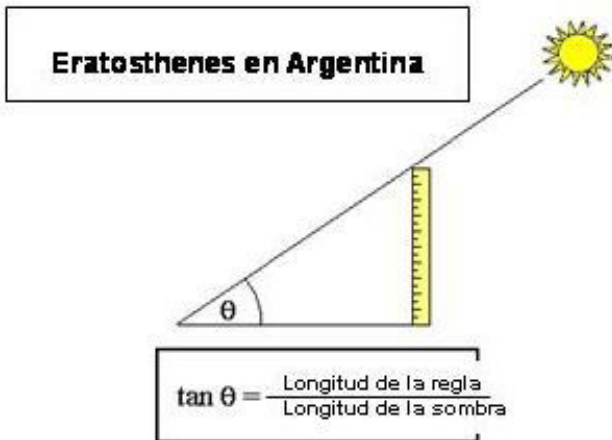


figura 6

Paso 5 – Distancia desde el Ecuador

Para calcular la circunferencia de la Tierra, cada participante en este experimento necesitará conocer la distancia desde su ubicación hasta el Ecuador. Esta información será usada en el paso 8 para calcular la distancia "norte-sur" entre las dos locaciones.

Al pie de esta página Ud. podrá encontrar un hipervínculo que lo llevará a otra página web donde podrá calcular la distancia desde su ubicación sobre la Tierra hasta el Ecuador (también le dará las coordenadas geográficas de ambas ciudades). Esta parte de nuestro experimento no fue, ciertamente, parte del experimento original llevado a cabo por Eratosthenes. Pero esto es necesario para la recreación moderna del experimento. Eratosthenes midió la distancia entre dos locaciones caminando de un sitio al otro y contando los pasos a lo largo de ese camino!



Para calcular la distancia entre su locación y el Ecuador utilice el siguiente hipervínculo:

<http://andrew-gray.com/dist/index>.

Entre las coordenadas geográficas de su locación y las coordenadas geográficas que Ud. tendría si fuera transportado mágicamente en línea recta hacia el ecuador. Es decir, su longitud permanecería sin cambios, pero su latitud es ahora cero!

Ejemplo 1

	latitud	longitud
Santiago, Chile	51° 03' 00" Norte	114° 05' 00" Oeste
Santiago "sobre el Ecuador"	00° 00' 00"	114° 05' 00" Oeste

Ejemplo 2

	latitud	longitud
Mendoza, Argentina	32° 53' 37" Sur	68° 52' 32" Oeste
Mendoza "sobre el Ecuador"	00° 00' 00"	68° 52' 32" Oeste

<http://www.mapcrow.info/>

Por favor considere las distancias en kilómetros.

Paso 6 – Intercambio de Datos

Ud y su escuela asociada, necesitarán remitir la altura del Sol a mediodía y la distancia desde el Ecuador antes de que ambos participantes puedan calcular la circunferencia de la Tierra.

Vaya a la página **Envío de Datos Experimentales** (en preparación) y complete el formulario que encontrará allí. Necesita enviar los siguientes datos.

- Su nombre y el de su escuela
- Su ubicación (ciudad, provincia, país)
- Su latitud y longitud
- Su escuela asociada
- El alto del gnomon que Ud. utilizó
- El "mejor" valor para la longitud de sombra mínima
- La hora a la que el mediodía (mínima longitud de sombra) ocurrió
- La altura del Sol para su locación
- La distancia desde su locación hasta el ecuador

Ud. puede enviar cualquier otro comentario que considere de utilidad para otras personas que deseen utilizar sus datos experimentales.

Después de enviar sus datos experimentales, busque en la página **Resultados Experimentales Eratosthenes** (en preparación) y revise los resultados de su escuela asociada. Si los datos no están allí, intente nuevamente más tarde.

Paso 7 – Diferencias en la altura del Sol a Mediodía & Secciones de Arco

La diferencia en la altura del Sol a mediodía entre dos localidades es igual al ángulo que existe entre ambas ubicaciones, si este fuera medido desde el centro de la Tierra. Esto puede ser probado a partir de geometría elemental. (*figura 7*)

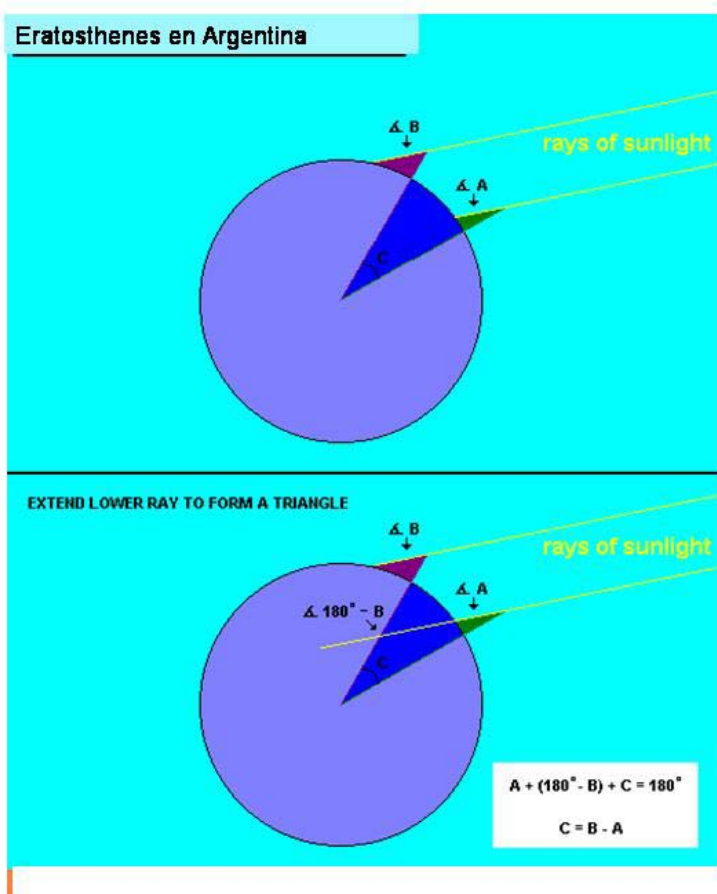


figura 7

Este ángulo, corresponde a la diferencia de latitud entre las dos localidades y el arco subtendido por dicho ángulo representa sólo una pequeña porción ("gajo") de la circunferencia completa de la Tierra.

Para calcular cuántas secciones de arco ("gajo"), similares a la que existe entre su ubicación y la de su socio, son necesarias para obtener la circunferencia de la Tierra simplemente se divide 360 grados (el número de grados en un círculo completo) por la diferencia en la altura del Sol a mediodía.

La situación para observadores en distintos hemisferios es distinta

Paso 8 – Calcular la distancia entre dos localidades

Cuando Eratosthenes condujo este experimento 2200 años atrás, conocía a alguien quien caminó entre dos ciudades, contando cada paso a lo largo del camino! En esta recreación moderna, evitaremos esta parte del experimento y entonces no obligaremos a los estudiantes a realizar las duras tareas frecuentemente asociadas con la ciencia.

Es sólo la distancia norte-sur entre dos localidades lo que resulta de interés en este experimento. La distancia en línea recta entre dos locaciones, considerando que no están exactamente en el mismo meridiano, puede ser levemente más larga puesto que está formada por dos componentes una este-oeste y la otra norte-sur. Esto resulta evidente en el siguiente ejemplo (*figura 8*), en el cual se considera que una escuela en Mendoza, Argentina, asociada con una escuela en Santiago, Chile.



figura 8. Distancias Mendoza-Santiago estimadas con Google Earth

La distancia norte-sur entre las dos localidades en el ejemplo anterior también puede ser calculada restando las distancias de dichas escuelas al Ecuador (*figura 9*). Reste el valor mayor del menor para obtener un resultado positivo.

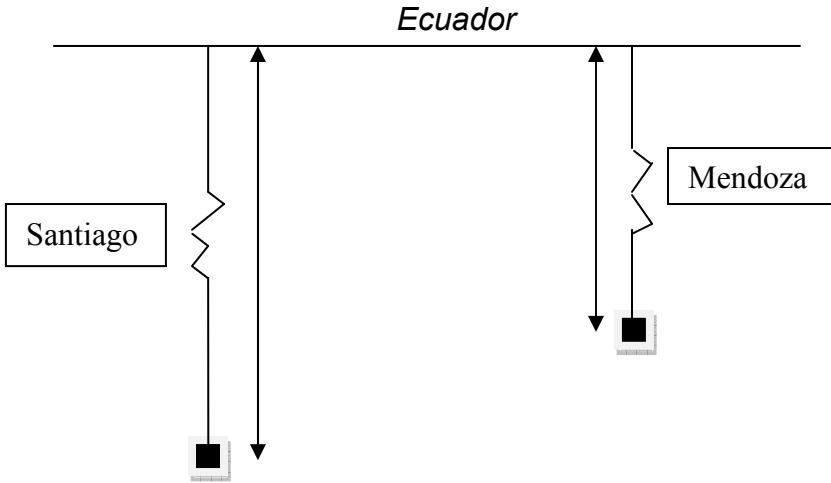


figura 9

Paso 9 – Calcular la Circunferencia de la Tierra

Toda la información necesaria para determinar la circunferencia de la Tierra ya ha sido colectada. El paso final consiste en multiplicar la distancia norte-sur entre las dos localidades por el número total de secciones de arco ("gajos") que son equivalentes a la circunferencia completa de la Tierra.

Su resultado debería ser aproximadamente 40.000 kilómetros. Cuán aproximado fue su resultado? Considere que 39.941 kilómetros es el valor "aceptado" para la circunferencia polar de la Tierra.

Paso 10 – Envíe los Resultados a la World Wide Web

Una vez que todos los cálculos hayan sido completados, por favor remítalos a la página [Envío de Resultados Finales Eratosthenes](#) (en preparación). Antes de terminar, de una mirada a la página [Resultados finales Eratosthenes](#) (en preparación) para ver lo que otras escuelas hicieron.

Si sus estudiantes están interesados, son bienvenidos para enviar un informe final sobre este experimento científico. El informe deberá incluir una descripción de la actividad, los datos que fueron colectados, los resultados finales, y lo que los estudiantes aprendieron en el proceso. Si Ud. tiene acceso a una cámara digital, no olvide tomar fotografías de sus estudiantes en acción!

Solo serán aceptados los informes remitidos en formato digital. Por favor adjunte archivos de tipo HTML (HTM), GIF, o JPEG (JPG) al mensaje electrónico y envíelos a www.astronomia2009.org.ar.

Por favor limite el tamaño de su informe final a 250 kilobytes. Nosotros cargaremos los reportes en nuestro sitio web por lo que la comunidad Internet en pleno podrá ver el trabajo que sus estudiantes han realizado. Todos los informes se conservaran hasta 2010.